Вычисление компонент вектора магнитного поля Земли.

Из экспериментальных свидетельств известно, что в некотором приближении магнитное поле Земли можно представить как поле точечного диполя $\overline{M}$, помещенного вблизи центра Земли и направленного к южному полюсу. Ось этого диполя смещена на несколько сотен километров к Сибири, поэтому магнитные и географические полюса Земли не совпадают. Кроме того, не нужно забывать, что северный магнитный полюс находится вблизи южного географического и наоборот.

Из магнитостатики известно, что поле диполя в точке с радиус-вектором $\bar{r}$ записывается как

$$\overline{B} = \frac{3(\overline{M}\bar{r})\bar{r} - \overline{M}r^2}{r^5}$$

С учетом того, что $(\overline{M}\bar{r}) = -Mz = -Mr\cos\theta$, проекции вектора поля на декартовы оси координат равны

$$B_x = -\frac{3Mrx\cos\theta}{r^5} = -\frac{3M\sin\theta\cos\theta\cos\varphi}{r^3}$$

$$B_y = -\frac{3Mry\cos\theta}{r^5} = -\frac{3M\sin\theta\cos\theta\sin\varphi}{r^3}$$

$$B_z = -\frac{3Mrz\cos\theta}{r^5} + \frac{Mr^2}{r^5} = -\frac{M(1-3\cos^2\theta)}{r^3}$$

Подставляя их в выражение для сферических проекций, полученных выше, получим

$$B_r = \left(-3M\sin\theta\cos\theta\cos\varphi\sin\theta\cos\varphi - 3M\sin\theta\cos\theta\sin\varphi\sin\theta\sin\varphi + (1-3\cos^2\theta)\cos\theta\right)/r^3 =$$
$$= -2M\cos\theta/r^3$$

$$B_\theta = \left(-3M\sin\theta\cos\theta\cos\varphi\cos\theta\cos\varphi - 3M\sin\theta\cos\theta\sin\varphi\cos\theta\sin\varphi - M(1-3\cos^2\theta)\sin\theta\right)/r^3 =$$
$$= -M\sin\theta/r^3$$

$$B_\varphi = (3M\sin\theta\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi - 3M\sin\theta\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi)/r^3 = 0$$

В космофизике вместо зенитного угла θ часто используют широтный угол $\lambda = \frac{\pi}{2} - \theta$, тогда угол λ возрастает от экватора и вектор $\bar{n}_\lambda = -\bar{n}_\theta$.

Итого:

$$\begin{cases} B_r = -\dfrac{2M\cos\theta}{r^3} = -\dfrac{2M\sin\lambda}{r^3} \\ B_\theta = -\dfrac{M\sin\theta}{r^3} = -\dfrac{M\cos\lambda}{r^3} \\ B_\varphi = 0 \end{cases}$$